Aufnahmeprüfung / Feststellungsprüfung Mathematik FOS / BOS 2004

28. Juli 2004

Hilfsmittel: Taschenrechner, Formelsammlung

Arbeitszeit: 45 Minuten

Name: ....

in Druckbuchstaben

BE

1 Ermitteln Sie jeweils die Lösungsmenge über der Grundmenge G = $\mathbb{R}$.

3 **1.1** $\frac{1}{3}x - \frac{4}{5}x^2 = -\frac{2}{15}$

3 **1.2** $(2-x)^2 - (-2-x)^2 \leq 10$

2 Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = y = (3-x)\cdot(x+2)$ mit der Definitionsmenge D = [–3 ; 5].

2 **2.1** Geben Sie die gemeinsamen Punkte des Graphen von f mit der x-Achse an.

5 **2.2** Beschreiben Sie den Graphen von f möglichst detailliert. Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte des Graphen von f, die die größte bzw. kleinste y-Koordinate besitzen.

3 Gegeben die Funktionen g_k durch $g_k(x) = y = \frac{k}{2}x - 2k$

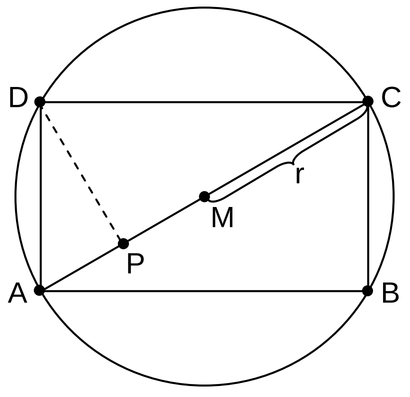
und h_k durch $h_k(x) = y = x^2 + \frac{k}{2}x$ mit $k \in \mathbb{R}$ und $x \in \mathbb{R}$.

3 **3.1** Bestimmen Sie k so, dass der Punkt $P(-5; -3)$ auf dem Graphen von g_k liegt.

2 **3.2** Ermitteln Sie k so, dass der Graph von g_k senkrecht zur Winkelhalbierenden des 2. und 4. Quadranten des Koordinatensystems verläuft.

3 **3.3** Geben Sie an, für welche k die Graphen von g_k und h_k mindestens einen Punkt gemeinsam haben.

4 Die Abbildung zeigt einen Kreis um den Punkt M mit dem Radius r. Diesem Kreis ist ein Rechteck ABCD einbeschrieben. Der Punkt P ist der Mittelpunkt der Strecke [AM]. Er ist ferner der Punkt der Diagonale [AC], der vom Punkt D den kleinsten Abstand besitzt.



4 **4.1** Zeigen Sie, dass für die Strecke [AD] gilt: $\overline{AD} = r$.

Im Folgenden sei r = 5 cm.

5 **4.2** Ermitteln Sie, wie viel Prozent der Kreisfläche außerhalb des Rechtecks ABCD liegt.

4 **4.3** Der Kreis und das Rechteck werden nun einer zentrischen Streckung mit Streckungszentrum M und Streckungsfaktor 3 unterworfen. Geben Sie an, wie viel Prozent der Fläche des Bildkreises außerhalb des Bildes des Rechtecks ABCD liegt. Begründen Sie ihre Aussage.

6 **5** Unter den Mitgliedern eines Fitness-Centers war die Zahl der Frauen um 69 größer als die Zahl der Männer. Nun haben sich noch 11 Männer angemeldet und ein Neuntel der Frauen ist ausgetreten. Danach zählte das Fitness-Center 299 Mitglieder. Ermitteln Sie, wie viele Männer und Frauen ursprünglich im Fitness-Center waren.

Nr.	Lösungshinweise	BE
1.1	$12x^2 - 5x - 2 = 0 \quad \rightarrow \quad x_{1,2} = \frac{1}{24}(5 \pm \sqrt{121}) \quad \rightarrow K \quad L = \left\{-\frac{1}{4}; \frac{2}{3}\right\}$	**3**
1.2	$4 - 4x + x^2 - (4 + 4x + x^2) \le 10 \quad \rightarrow \quad -8x \le 10 \quad \rightarrow \quad x \ge -\frac{5}{4} \quad \rightarrow \quad L = \left[-\frac{5}{4}; +\infty\right[$	**3**
2.1	$x_1 = 3;\ x_2 = -2 \quad \rightarrow \quad N_1(3 \mid 0);\ N_2(-2 \mid 0)$	**2**
2.2	$y = -x^2 + x + 6 \quad \rightarrow$ nach unten offene Normalparabel mit Symmetrieachse: $x_S = 0{,}5$ und Scheitel $S(0{,}5 \mid 6{,}25)$ $P_{max}(0{,}5 \mid 6{,}25);\ P_{min}(5 \mid -14)$	**5**
3.1	$-3 = \frac{k}{2}(-5) - 2k \quad \rightarrow \quad k = \frac{2}{3}$	**3**
3.2	$\frac{k}{2} \cdot (-1) = -1 \quad \rightarrow \quad k = 2$	**2**
3.3	$x^2 = -2k \quad \rightarrow \quad k \le 0$	**3**
4.1	z.B.: ΔPMD kongruent ΔAPD nach SWS $\rightarrow$ $\overline{AD} = \overline{MD} = r$	**4**
4.2	$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2 \quad \rightarrow \quad \overline{DC}^2 = 4r^2 - r^2 \quad \rightarrow \quad \overline{DC} = r\sqrt{3}$ $A_R = r^2\sqrt{3}$ und $A_K = r^2\pi$ $\frac{A_K - A_R}{A_K} = \frac{(\pi - \sqrt{3}) \cdot r^2}{\pi \cdot r^2} = 0{,}449 = 44{,}9\%$	**5**
4.3	$44{,}9\%$, sowohl A_K als auch $A_K - A_R$ vergrößern sich um denselben Faktor k^2 $\frac{(A_K - A_R)^*}{A_K^*} = \frac{k^2 \cdot (\pi - \sqrt{3}) \cdot r^2}{k^2 \cdot \pi \cdot r^2} = 0{,}449 = 44{,}9\%$	**4**
5	x: Anzahl der Männer y: Anzahl der Frauen (1) $y = 69 + x$ (2) $x + 11 + \frac{8}{9}y = 299$ (1) in (2) $x + 11 + \frac{8}{9}(69 + x) = 299 \quad \vert \cdot 9$ $9x + 99 + 552 + 8x = 2691$ $17x = 2040 \quad \rightarrow \quad x = 120 \quad \rightarrow \quad y = 189$ Ursprünglich waren im Fitness-Center 120 Männer und 189 Frauen.	**6**

Notenschlüssel

ab	**35 Punkte**	**Note**	**1**
	29		**2**
	23		**3**
	17		**4**
	9		**5**